

Zagadnienia do egzaminu dyplomowego

Egzamin licencjacki

Analiza matematyczna 1

1. Liczby wymierne i niewymierne.
2. Zasada indukcji matematycznej i przykłady jej zastosowań.
3. Ciągi zbieżne i rozbieżne. Przykłady.
4. Działania na ciągach zbieżnych
5. Metody dowodzenia zbieżności ciągów.
6. Granica funkcji w punkcie i metody jej obliczania.
7. Metody szukania minimów i maksimów funkcji.
8. Funkcje ciągłe na odcinku domkniętym oraz ich własności.
9. Pochodne oraz metody ich obliczania.
10. Twierdzenia o wartości średniej oraz wzór Taylora.

Geometria

1. Współrzędne kartezjańskie na płaszczyźnie, w przestrzeni.
2. Wektory i ich składowe w przestrzeni i na płaszczyźnie.
3. Iloczyn skalarny i wektorowy oraz ich zastosowania.
4. Równania wektorowe i normalne prostych na płaszczyźnie.
5. Równania wektorowe i normalne płaszczyzn w przestrzeni.
6. Pojęcie izometrii oraz jej przykłady.

Wstęp do informatyki

1. Pojęcie algorytmu i metody opisu algorytmów.
2. Złożoność algorytmu a złożoność problemu obliczeniowego.
3. Komputerowa reprezentacja informacji.

Wstęp do logiki i teorii mnogości

1. Klasyczny rachunek zdań i jego semantyka: tautologie, reguły wnioskowania, dowody apagogiczne (nie wprost).
2. Algebra zbiorów: zbiory i działania na zbiorach, aksjomaty algebry zbiorów, sumy i iloczyny nieskończone zbiorów, produkty kartezjańskie.
3. Funkcje zdaniowe i rachunek kwantyfikatorów. Prawa rachunku kwantyfikatorów. Zastosowania kwantyfikatorów.
4. Arytmetyka, definicje indukcyjne, dowody indukcyjne.
5. Relacje i funkcje: typy relacji binarnych, funkcje jako relacje, relacje równoważności i ich własności, relacje porządkujące i lemat Kuratowskiego–Zorna.
6. Teoria mocy: równoliczność zbiorów, zbiory przeliczalne i nieprzeliczalne. Najważniejsze twierdzenia teorii mocy.

Algebra liniowa

1. Przestrzeń i podprzestrzeń liniowa. Liniowa niezależność wektorów.
2. Baza i wymiar przestrzeni liniowej.
3. Wyznacznik macierzy i jego zastosowania do układów równań liniowych.
4. Funkcje liniowe i ich reprezentacja macierzowa.
5. Wartości i wektory własne endomorfizmów liniowych.
6. Przestrzeń euklidesowa, bazy ortogonalne i ortonormalne.

Analiza matematyczna 2

1. Całka Riemanna: definicja, własności zastosowania.
2. Całki niewłaściwe: definicja, zbieżność.
3. Ciągłość, różniczkowalność, ekstrema funkcji dwu i trzech zmiennych.
4. Szeregi liczbowe: kryteria zbieżności, zbieżność bezwzględna, zbieżność zwykła.
5. Ciągi i szeregi funkcyjne: zbieżność punktowa, zbieżność jednostajna.
6. Szeregi potęgowe i ich własności.

Rachunek prawdopodobieństwa 1

1. Przestrzeń probabilistyczna.
2. Podstawowe schematy kombinatoryczne (wariacje, permutacje, kombinacje).
3. Prawdopodobieństwo warunkowe i wzór Bayesa.
4. Zmienne losowe. Przykłady rozkładów dyskretnych i ciągłych (dwumianowy, Poissona, geometryczny, normalny, wykładniczy).
5. Podstawowy model: ciąg niezależnych jednakowo rozłożonych zmiennych losowych.
6. Centralne twierdzenie graniczne (zastosowanie do aproksymacji rozkładu dwumianowego).

Algebra

1. Zasadnicze twierdzenie algebry. Ciała algebraicznie domknięte.
2. Struktury algebraiczne: grupy, pierścienie, ciała itd.
3. Teoria podzielności w pierścieniach całkowitych.
4. Twierdzenie Lagrange'a o rzędzie grupy.
5. Rozszerzenia ciał.
6. Pierścienie wielomianów.

Analiza matematyczna 3

1. Całki podwójne, potrójne i ich zastosowanie.
2. Zamiana zmiennych w całkach wielokrotnych.
3. Całki krzywoliniowe zorientowane i niezorientowane.
4. Twierdzenie Greena.
5. Całki powierzchniowe zorientowana i niezorientowane.
6. Twierdzenie Gaussa.

Rachunek prawdopodobieństwa 2

1. Wielowymiarowe zmienne losowe: rozkład łączny, rozkłady brzegowe, rozkłady warunkowe.
2. Funkcje tworzące momenty: definicja, własności, przykłady, zastosowania do twierdzeń granicznych.
3. Nierówność Czebyszewa, prawa wielkich liczb.

Analiza matematyczna 4

1. Własności zbioru liczb zespolonych.
2. Funkcje elementarne zmiennej zespolonej.
3. Ciągłość, różniczkowalność funkcji zmiennej zespolonej.

Statystyka

1. Prezentacja graficzna szeregów statystycznych: histogram, łamana częstości, wykres pudełkowy.
2. Estymacja punktowa: metoda momentów, metoda największej wiarygodności.
3. Estymacja przedziałowa - konstrukcja przedziałów ufności.

Topologia

1. Funkcje ciągle — warunki metryczne i warunki topologiczne na ciągłość.
2. Topologia na produkcie (dwóch) przestrzeni metrycznych lub topologicznych.
3. Przestrzenie euklidesowe (to znaczy R^n).
4. Zwarte przestrzenie metryczne i topologiczne.
5. Przestrzenie homeomorficzne — na przykład okrąg i kwadrat bądź dysk i pełny trójkąt.
6. Niezmienniki topologiczne.

Równania różniczkowe

1. Równania liniowe pierwszego rzędu.
2. Równania liniowe drugiego rzędu.
3. Metody całkowania równań nieliniowych.

Geometria różniczkowa

1. Parametryzacja naturalna krzywej.
2. Wzory Freneta.
3. Pierwsza forma kwadratowa powierzchni i jej zastosowania.
4. Geodezyjna.

Laboratorium statystyczne

1. Graficzne formy prezentacji danych.
2. Statystyki opisowe w poznanym pakiecie statystycznym.

Wstęp do programowania

1. Rekurencja w programowaniu.
2. Pętle i instrukcje warunkowe.
3. Pojęcie "funkcji" w programowaniu.
4. Podstawowe typy danych, w tym tablice.

Modelowanie matematyczne

1. Analiza wymiarowa i jej zastosowania.
2. Modele wzrostu populacji.
3. Wahadło matematyczne i fizyczne. Okres drgań wahadła.